Эта теорема почти того же рода, что и теоремы, предшествующие теоремам о сложных отношениях. Однако она находит себе место только здесь, потому что теорема 22 служит для получения из двух данных пропорций, после обращения отношений во второй, пропорции

$$a : b = d : e,$$

откуда с помощью 18 получается, что

$$(a + b) : b = (d + e) : e.$$

Новое составление отношений (согласно 22) приводит тогда к искомому результату. Первое из названных приложений теоремы 22 интересно тем, что оно показывает, что для деления отношений не нужно каких-нибудь новых специальных теорем.

Согласно теореме 25, если даны четыре пропорциональных величины, то сумма наибольшей и наименьшей из них больше суммы двух других; это доказывается с помощью 19. Частным случаем этой теоремы — о котором, однако, Эвклид не говорит здесь — является предложение, что средняя между двумя величинами (арифметическая средняя) больше их средней пропорциональной (геометрической средней); это доказывается с помощью геометрической алгебры (VI, 27), и отсюда получают диоризм для уравнений второй степени.

Хотя теория пропорций, изложенная в пятой книге „Начал", носит, несмотря на свою геометрическую форму, совершенно общий характер и приложима ко всякого рода величинам, но тем не менее она нуждалась в известном дополнении, которое согласно методу древних должно было носить геометрический характер. Существование отношений вытекает из определений, если только имеются величины, способные образовать отношения согласно определению 4; однако, как мы уже указали мимоходом выше, требуется доказать существование такой величины, которая вместе с некоторой данной величиной образует отношение, имеющее данное значение, — доказательство, которое дается путем геометрического построения четвертой пропорциональной.

Это геометрическое дополнение к учению о пропорциях нанаходится в шестой книге „Начал", которая, сверх того, содержит важнейшие приложения этой теории к геометрии — в особенности к подобным фигурам, — а также сочетание ее с геометрической алгеброй. Благодаря этому сочетанию удается представить геометрически и решить уравнения второй степени, в которых при x^2 имеется коэфициент; правда, если этот коэфициент a был рационален, то древние, как мы видели, умели превращать заданное уравнение в другое с неизвестным ax, без коэфициента при члене второй степени; если же этот коэфициент был иррационален и приходилось представить его некоторым отрезком, то обыкновенная геометрическая алгебра двух измерений становилась недостаточной.